Universitat Autònoma de Barcelona
Curs 2003-2004

Economía de la Información[1]

Ejercicio 2 Relación entre un vendedor (principal) y un comprador (agente).
El comprador quiere una botella de vino. La utilidad que deriva de la compra es

$$U = kq - p$$

donde q es la calidad, p el precio y k un parámetro de gustos que puede tomar dos valores, $k = 1$ para los compradores que no valoran especialmente la calidad del vino, y $k = 2$ para los compradores exigentes. Si no hay compra, $\underline{U} = 0$. La proporción de compradores de tipo $k = 1$ es γ.

Existe un único vendedor en situación de monopolio que elige libremente la calidad del vino q, siendo $C(q) = \frac{1}{2}q^2$ el coste de producción de una botella de calidad q. La utilidad del principal es igual a sus beneficios netos, es decir,

$$p - \frac{1}{2}q^2$$

(a) Con información simétrica, el vendedor sabe distinguir entre compradores que valoran la calidad y comprodares que no ¿Qué ofertas calidad-precio hay en el mercado?

(b) En realidad la información es asimétrica, y el vendedor desconoce el tipo de los compradores. Escribir la condición de maximización del vendedor.

(c) ¿Qué condición de participación es redundante? ¿Por qué?

(d) Mostrar que $q_2 \geq q_1$. ¿Qué podemos decir de la otra restricción de participación?

(e) ¿De qué condición de autoselección podemos prescindir? ¿Por qué?

(f) Resolver el problema (simplificado) del principal y hallar el menú de contratos óptimos. ¿Qué podemos decir de la condición de autoselección del comprador de tipo 1? ¿Por qué?

(g) Del vendedor, consumidor de tipo 1 y consumidor de tipo 2, ¿quién gana y/o pierde por estar en información asimétrica?.

[1] Antoni Calvó Armengol. http://selene.uab.es/acalvo. Email: antoni.calvo@uab.es.

Solución del ejercicio 2

(a) Con información simétrica, el contrato óptimo (p_k^*, q_k^*) para el agente de tipo k se obtiene de la programa de maximización con restricción siguiente:

$$\max_{(p_k,q_k)} p_k - \frac{1}{2}q_k^2 \text{ sujeto a } kq_k - p_k \geq 0$$

La condición del primer orden del Lagrangiano respeto a q_k y la saturación de la restricción de participación (que deriva de $\lambda = 1$ por la CPO del Lagrangiano respeto a p_k) implican que $(p_k^*, q_k^*) = (k^2, k)$. Para los agentes de tipo $k = 1$, $(p_1^*, q_1^*) = (1, 1)$. Para los agentes de tipo $k = 2$, $(p_2^*, q_2^*) = (4, 2)$. Los beneficios del vendedor son $1/2$ y 2, respectivamente.

(b) El vendedor propone un menú de contratos $\{(p_1, q_1)\,;(p_2, q_2)\}$ que cumple:

$$\max_{\{(p_1,q_1);(p_2,q_2)\}} \gamma \left[p_1 - \frac{1}{2}q_1^2\right] + (1-\gamma)\left[p_2 - \frac{1}{2}q_2^2\right]$$

$$\text{sujeto a } \begin{cases} q_1 - p_1 \geq 0 \;\; (RP_1) \\ 2q_2 - p_2 \geq 0 \;\; (RP_2) \\ q_1 - p_1 \geq q_2 - p_2 \;\; (A_1) \\ 2q_2 - p_2 \geq 2q_1 - p_1 \;\; (A_2) \end{cases}$$

(c) Si se cumplen (A_2) y (RP_1), entonces automáticamente se cumple (RP_2):

$$2q_2 - p_2 \underset{(A_2)}{\geq} 2q_1 - p_1 \geq q_1 - p_1 \underset{(RP_1)}{\geq} 0$$

Por consiguiente, (RP_2) es redundante.

(d) Sumando (A_1) y (A_2) obtenemos:

$$q_1 - p_1 + 2q_2 - p_2 \geq q_2 - p_2 + 2q_1 - p_1$$

que se simplifica en $q_2 \geq q_1$: el vendedor incluye en su menú una oferta de calidad alta pensada para los compradores que la valoran ($k = 2$).