Universitat Autònoma de Barcelona
Curs 2003-2004

Soluciones : Lista de problemas 2

A. Problema de incentivos y esfuerzo.

Si los profesores no reciben un pago fijo, es de esperar que muestren un gran interés en trabajar bien (calidad de la docencia) para atraer nuevos alumnos y ver aumentado su sueldo. En este caso observamos una relación directa entre esfuerzo, número de alumnos y calidad de la docencia. Lógicamente la utilidad de los profesores depende del esfuerzo realizado.

Si los profesores son funcionarios existe una probabilidad bastante elevada de que no se preocupen demasiado por la calidad de la docencia y no dediquen mucho esfuerzo por mejorarla. Entonces encontramos que un pago fijo implica menos (o minimo) esfuerzo, y por tanto baja calidad de la docencia. Los profesores funcionarios tendrían una utilidad fija y asegurada.

B. Información simétrica: principal neutral ante el riesgo y agente averso al riesgo.

Con $e = 1, w_1 = w_2 = w = 8100, U(B) = 25.900$.

Con $e = 2, w_1 = w_2 = w = 7056, U(B) = 20.944$.

Con $e = 3, w_1 = w_2 = w = 6400, U(B) = 15.600$.

El principal (bajo la condición de información simétrica) prefiere el esfuerzo e=1 porque lleva asociada una utilidad esperada más grande.

Bajo información asimétrica. Cuando el principal prefiere el esfuerzo $e = 1$,el programa del principal es:

$$\begin{cases} \underset{w_1,w_2}{Max}\ \frac{1}{4}(16.000 - w_1) + \frac{3}{4}(40.000 - w_2) \\ s.a\ \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq 80 \\ \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq \frac{1}{2}\sqrt{w_1} + \frac{1}{2}\sqrt{w_2} - 4 \\ \frac{1}{4}\sqrt{w_1} + \frac{3}{4}\sqrt{w_2} - 10 \geq \frac{3}{4}\sqrt{w_1} + \frac{1}{4}\sqrt{w_2} \end{cases}$$

y las soluciones son: $w_1 = 5776$, $w_2 = 8464$, $U(B) = 26.208$.

En el caso en que el principal elija $e = 3$, no existe problema de riesgo moral y los resultados coinciden con los del caso simétrico: $w_1 = w_2 = 6400$ y $U(B) = 15.600$.

El principal prefiere mantener la opcion de $e = 1$ bajo la condición de riesgo moral.

C. Consideramos la notación del problema de seguro analizado en clase. Aqui, el problema del principal (la compañia de seguro) es el siguiente :

$$\begin{cases} \underset{q,R}{Max}\ p(e^H)q + [1 - p(e^H)](q - R) \\ p(e^H)U(W - q) + [1 - p(e^H)]U(R - q) - c \geq \underline{R} \\ [p(e^H) - p(e^L)][U(W - q) - U(R - q)] - c \geq 0 \end{cases}$$

Llamando:

$$U(W - q) = U_1, U(R - q) = U_2,\ p(e^H) = \pi_1,\ p(e^L) = \pi_0,$$

el problema se puede rescribir de esta manera:

$$\begin{cases} \underset{q,R}{Max}\ \pi_1 q + [1 - \pi_1](q - R) \\ \pi_1 U_1 + [1 - \pi_1]U_2 - c \geq \underline{R} \\ [\pi_1 - \pi_0][U_1 - U_2] - c \geq 0 \end{cases}$$

donde las soluciones son:

$$U_1 = U_2 + \frac{c}{\pi_1 - \pi_0}, U_2 = \underline{R} + \frac{c(\pi_0)}{\pi_0 - \pi_1},\ U_1 = \underline{R} + \frac{c(\pi_0 - 1)}{\pi_0 - \pi_1},$$

y podemos obtener:

$$U_2 = U(R - q) = \underline{R} + \frac{c(\pi_0)}{\pi_0 - \pi_1} \Rightarrow R = q + U^{-1}[\underline{R} + \frac{c(\pi_0)}{\pi_0 - \pi_1}],$$

$$U_1 = U(W - q) = \underline{R} + \frac{c(\pi_0 - 1)}{\pi_0 - \pi_1} \Rightarrow q = W - U^{-1}[\underline{R} + \frac{c(\pi_0 - 1)}{\pi_0 - \pi_1}].$$

D. Se trata de una situación de riesgo moral con esfuerzo continuo donde hay que aplicar el método de solución del enfoque del primer orden.

$$Utilidad\ esperada\ del\ principal : (1 - e)B(x_1 - w_1) + eB(x_2 - w_2),$$

$$Utilidad\ esperada\ del\ agente :\ eU(w_2) + (1 - e)U(w_1) - v(e),$$

El problema del principal es:

$$\begin{cases} \underset{w_1, w_2, e}{Max}\ (1 - e)B(x_1 - w_1) + eB(x_2 - w_2), \\ s.a.\ eU(w_2) + (1 - e)U(w_1) - v(e) \geq \underline{U}, \\ \qquad \frac{deU(w_2) + (1-e)U(w_1) - v(e)}{de} = 0, \end{cases}$$

es decir

$$\begin{cases} \underset{w_1, w_2, e}{Max}\ (1 - e)B(x_1 - w_1) + eB(x_2 - w_2), \\ s.a.\ eU(w_2) + (1 - e)U(w_1) - v(e) \geq \underline{U}, \\ \qquad U(w_2) - eU(w_1) - v'(e) = 0, \end{cases}$$

$$L = (1-e)B(x_1-w_1)+eB(x_2-w_2)+\lambda[eU(w_2)+(1-e)U(w_1)-v(e)-\underline{U}]+\mu[U(w_2)-eU(w_1)-v'(e)]$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dw_1} &= -(1 - e)B'(x_1 - w_1) + \lambda(1 - e)U'(w_1) - \mu eU'(w_1) = 0, \\ \frac{dL}{dw_2} &= -eB'(x_2 - w_2) + \lambda eU'(w_2) + \mu U'(w_2) = 0, \\ \frac{dL}{d\lambda} &= U(w_2) - eU(w_1) - v'(e) = 0. \end{aligned}$$

La solución es :

$$\frac{B'(x_1 - w_1)}{B'(x_2 - w_2)} = \frac{\lambda + \frac{\mu}{e}}{\lambda - \frac{\mu}{(1-e)}} \frac{U'(w_1)}{U'(w_2)}.$$

Comentario: cuando

$$\begin{aligned} \frac{\lambda + \frac{\mu}{e}}{\lambda - \frac{\mu}{(1-e)}} &> 1,\ \text{siempre que } \mu > 0, \\ \frac{B'(x_1 - w_1)}{B'(x_2 - w_2)} &> \frac{U'(w_1)}{U'(w_2)}, \end{aligned}$$

El agente asume un riesgo mayor de lo que sería óptimo. El riesgo moral hace que el agente este más interesado en el resultado de lo que sería lo óptimo.